

Proposition de communication pour les  
2èmes Rencontres Francophones Transport Mobilité (RFTM)  
Montréal, 11-13 juin 2019

Titre : Vélos en libre partage ; analyse d'un modèle stochastique avec une  
politique d'allocation locale  
Auteur(s) : Plinio Dester Santini\*, Christine Fricker\*, Hanene Mohamed\*\*

\* INRIA, 2 Rue Simone IFF, Paris 75012, France christine.fricker@inria.fr

\*\* Université Paris Ouest Nanterre, Bat G, 200 av. de la République,  
92001 Nanterre CX, France, hanene.mrad@parisnanterre.fr

Mots-clés : Vélo partage, réseaux stochastiques, choix local, politique  
d'équilibrage, file la plus courte, voisinage.

Session(s) thématique(s) visée(s) : 14 - Analyse et modélisation des sys-  
tèmes de Vélos en Libre Service

Résumé :

**Motivation.** Les systèmes de partage de vélos ont récemment suscité l'intérêt de la recherche, ces programmes étant lancés dans de nombreuses villes du monde. Le concept est assez simple : l'utilisateur prend un vélo dans une station, l'utilise et le remet à une station de son choix. Cette simplicité, ajoutée à un coût faible, a rendu ce mode de transport écologique de plus en plus populaire dans les grandes villes. Malgré son succès, on constate couramment que le système ne se comporte pas très bien. Les utilisateurs doivent faire face au manque de ressources ; il s'agit de trouver une station vide lorsqu'on a besoin d'un vélo, ou une station saturée lors du retour d'un vélo. Le cas d'une station vide n'est pas aussi problématique que celui d'un utilisateur qui se retrouve à la fin de son trajet coincé avec un vélo qu'il n'arrive pas à déposer faute de place disponible à sa station d'arrivée. En effet, ne pas disposer de vélo pourrait orienter l'utilisateur vers un autre moyen de transport (métro, bus, tram . . .). Alors que ne pas trouver de place libre pour le retour du vélo à destination est une vraie perte de temps et un facteur

de mécontentement de l'utilisateur. Une solution naturelle serait de ne pas se limiter à une seule station destination donnée mais plutôt d'élargir la recherche aux stations voisines à la station destination désirée afin de pouvoir déposer le vélo utilisé. Ainsi, la notion de voisinage s'impose dès qu'on s'intéresse au problème de manque de place à la station d'arrivée. Encore faut-il alors préciser cette notion de voisinage ; quel rayon, quel impact ? L'intuition est que le système irait mieux si l'on incite l'utilisateur à rejoindre la station la moins chargée dans un voisinage donné de la destination souhaitée. Ainsi, un équilibrage du nombre de vélos dans les stations se fait d'une manière naturelle et gratuite. Et, de son côté, l'utilisateur minimise le risque de tomber sur une station saturée à son arrivée. Cette solution est envisageable dans la pratique vues les distances faibles entre les stations de vélo (pour Vélib', cette distance inter-station est de 300 mètres en moyenne).

**Approche.** Dans la littérature, l'impact d'une politique de choix a été étudié dans un contexte de files d'attentes, voir [1]. On désigne par  $N$  le nombre total des files dans un tel système. Il s'agit de choisir aléatoirement deux (ou  $k$  avec  $k \geq 2$  fixé) files au hasard (parmi  $N$ ) pour rejoindre la moins chargée. Ceci améliore les performances du modèle d'une manière considérable ce qui se comprend intuitivement comme un équilibrage global du système. Et un modèle avec une telle politique a été étudié pour Vélib'. Voir [2]. Néanmoins, cette politique de choix au hasard n'est pas compatible avec un modèle de vélo-partage puisqu'en cas de station saturée à l'arrivée, il n'est pas raisonnable de suggérer à l'utilisateur d'aller déposer son vélo à l'autre bout de la ville.

Par ailleurs, peu de modèles tenant compte de cette notion de voisinage ont été proposés, en particulier des modèles stochastiques, principalement parce qu'ils sont complexes et difficiles à analyser. Des travaux ont été faits dans le cas où le voisinage a une taille qui dépend de  $N$ , soit d'une manière linéaire  $\alpha N$  avec  $\alpha$  une constante réelle positive, soit d'une manière logarithmique  $\log(N)$  pour des voisinages de plus petites tailles, mais variant toujours en fonction de  $N$ . Citons [5].

Je présenterai un travail commun avec Christine Fricker et Plinio Destler Santini [4] où on considère un modèle circulaire de  $N$  stations avec un voisinage de taille constante. Nous appelons ce modèle *modèle avec choix local* où l'utilisateur désirent se rendre à une station  $i$  devra la comparer à sa voisine de droite  $i + 1$  et ainsi rejoindre la moins chargée des deux. Cette politique de choix local, qui paraît simple, crée des interactions locales entre les  $N$  stations ce qui rend l'analyse du comportement du système et de ses performances un défi technique.

**Résultats.** On s'intéresse à un modèle d'équilibrage entre les files d'at-

tente d'un serveur sur un cercle par une politique de choix local. Chaque file d'attente à un serveur a une arrivée de clients aléatoire suivant une loi de Poisson. Quand un client arrive dans une file d'attente, il rejoint la file d'attente la moins chargée entre cette file d'attente et la suivante. Les temps de service ont une distribution exponentielle. Le système est stable si le rapport entre le taux arrivée et celui du service, appelé charge et noté  $\rho$ , est inférieur à 1. Lorsque la charge tend vers zéro, on parle de trafic faible. Nous obtenons dans ce cas que la probabilité à l'équilibre qu'une file d'attente ait  $m$  clients est équivalente à  $12(\rho/2)^{2m-1}$  pour une taille totale  $N \geq 3$ . Ainsi, comparées aux deux politiques d'allocation, sans choix et choix au hasard, les performances font que la stratégie du choix local se situe entre les deux autres stratégies. Cependant, pour un trafic faible, son comportement est plus proche d'un modèle sans choix que du choix au hasard.

#### Références.

- [1] Vvedenskaya, N. D., Dobrushin, R. L. V., and Karpelevich, F. I. (1996). Queueing system with selection of the shortest of two queues : An asymptotic approach. *Problemy Peredachi Informatsii*, 32(1), 20-34.
- [2] Fricker, C. and Gast, N. (2016). Incentives and redistributions in homogeneous bike-sharing systems with stations of finite capacity. *European Journal of Transportation and Logistics*, vol. 5, no 3, p. 261-291.
- [3] Fricker, C., Mohamed, H. and Gast., N. (2012) Mean field analysis for inhomogeneous bike sharing systems. In *DMTCS Proceedings*, editor, *Proceedings of AofA'12*.
- [4] Dester, P., Fricker, C., and Mohamed, H. (2018). Stationary Distribution Analysis of a Queueing Model with Local Choice. *Leibniz International Proceedings in Informatics*, (Article No. 22), 18.
- [5] Mukherjee, D., Borst, S. C., Van Leeuwen, J. S., and Whiting, P. A. (2016). Universality of load balancing schemes on the diffusion scale. *Journal of Applied Probability*, 53(4), 1111-1124.